ческие *величины* определяют все то, что остается неизменным при таком переносе, но она не дает никакого указания на то, в чем состоит это перемещение; аксиома совсем даже не говорит об этом, но приложения показывают, что имели в виду эмпирическое перемещение, с которым были знакомы на основании опыта с так называемыми *неизменными* физическими телами.

Когда выше мы сказали, что аксиома I, 7 необходима для полной характеристики прямой линии, то мы имели в виду именно гипотезу, которой пользуется Эвклид, например, при доказательстве теорем о конгруэнтности и согласно которой перемещение не изменяет прямой линии.

15. Примечание о гипотезах геометрии. Если комбинировать вышеупомянутое последнее свойство прямой линии со свойствами, выраженными уже в постулатах, — включая „однозначность“ нахождения ее по двум точкам, — то определение прямой будет гласить, что это линия, которая совпадает на всем своем протяжении с другой прямой линией, когда ее переносят так, что две точки ее совпадают с двумя точками второй прямой. В этом определении нет порочного круга, хотя прямая линия определяется путем наложения на другую прямую линию; это видно из того, что никакая другая линия не обладает этим свойством. Но зато здесь в качестве гипотезы допускается возможность перемещения. Наконец, согласно этому определению, прямая линия есть геометрическое место неподвижных точек вращающегося тела, две точки которого закреплены; из него же можно вывести построение прямых линий с помощью линейки, т. е. подвижной прямой.

Правда, определение это не выражено формальным образом у Эвклида, но оно вытекает из всех свойств, которыми он фактически пользуется и которые он устанавливает последовательно в виде постулатов и аксиом. На основании этих же самых гипотез плоскость оказывается поверхностью, которая содержит целиком всякую прямую, проходящую через две ее точки. Правда, это уже больше того, что должно заключаться в хорошей дефиниции, ибо здесь плоскость не определяется ни как геометрическое место однократной бесконечности прямых, ни как геометрическое место двукратной бесконечности точек, но, во всяком случае, это определение (détermination) можно разложить на дефиницию и на аксиому или постулат: плоскость является тогда по дефиниции геометрическим местом точек, соединяющих неподвижную точку с точками неподвижной прямой; затем следует прибавить, в качестве недоказуемого, но необходимого для дальнейшего построения геометрии предположения, что эта поверхность обладает тогда вышеупомянутым общим свойством.

Неверно думать, будто можно избегнуть этой трудности с помощью следующей дефиниции плоскости: лоскость — это геометрическое место точек, равноудаленных от двух неподвижных точек. Хотя в стереометрии удается тогда доказать, что определенная (défini) таким образом плоскость содержит, действ тельно, всякую прямую, две точки которой она содержит, но это возможно сделать, опираясь лишь на планиметрию, где уже принята была эта гипотеза о плоскости, содержащей все рассматриваемые фигуры.

По отношению к плоскости высказывают еще одну гипотезу, которая не вытекает из вышеустановленной дефиниции, — мы имеем в виду гипотезу, которая содержится в пятом постулате и согласно которой (за исключением специально оговоренного случая) две расположенные в одной плоскости прямые пересекаются между собой.

Как мы уже сказали (см. выше, стр. 91), Эвклид принимает еще (не формулируя ее явно) другую геометрическую гипотезу относительно прямолинейных фигур, именно, что замкнутая (ломаная или кривая) линия плоскости заключает конечную поверхность и что она пересекается, по меньшей мере, в двух точках всякой линией, прямой или замкнутой, соединяющей внешнюю точку с внутренней. Аналогичные гипотезы требуются и для замкнутых поверхностей, но они могут играть роль лишь в том случае, если итти дальше Эвклида в этом направлении.

Таким образом геометрические аксиомы, которыми пользуется Эвклид, сводятся к следующему: 1) к аксиоме о перемещении фигур, 2) и 3) к вышеприведен-